

Qualitative Arithmetik des Zählens auf Drei

La nature est une machine immense dont les ressorts principaux nous sont cachés ; nous ne voyons même cette machine qu'à travers un voile qui nous dérobe le jeu des parties les plus délicates. Entre les parties plus frappantes, & peut-être, si on ose le dire, plus grossières, que ce voile nous permet d'entrevoir ou de découvrir ; il en est plusieurs qu'un même ressort met en mouvement, & c'est là sur-tout ce que nous devons chercher à démêler.

d'Alembert (1752, S. xxix)

1. Die in Toth (2015a) eingeführte und in Toth (2015b) vor dem Hintergrund der sogenannten Mathematik der Qualitäten evaluierte qualitative Arithmetik der ortsfunktionalen Relationalzahlen, welche die mathematische Basis sowohl der Ontik als auch der Semiotik darstellt, lässt sich relativ übersichtlich für 2-elementige Mengen von Peanozahlen darstellen. Da nicht auf Peanolinien, sondern in Zahlenfeldern gezählt wird, kann zwischen horizontaler (adjazenter), vertikaler (subjazenter) und diagonaler (transjazenter) Zählweise unterschieden werden. Im folgenden werden die Zahlenfelder mitsamt ihren vollständigen horizontalen und vertikalen perspektivischen Relationen (welche also die triviale Permutation von  $P = (x, y)$  einschließt) sowie der deiktischen "Kontexturierung" ihrer Elemente gegeben.

1.1. Adjazente Zählweise

$x_i$	$y_j$	$y_i$	$x_j$	$y_j$	$x_i$	$x_j$	$y_i$
$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$
	$\times$		$\times$		$\times$		
$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$
$x_i$	$y_j$	$y_i$	$x_j$	$y_j$	$x_i$	$x_j$	$y_i$

## 1.2. Subjazente Zählweise

$x_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$x_j$	$\emptyset_j$	$x_i$	$x_j$	$\emptyset_i$
$y_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$y_j$	$\emptyset_j$	$y_i$	$y_j$	$\emptyset_i$
	$\times$		$\times$		$\times$		
$y_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$y_j$	$\emptyset_j$	$y_i$	$y_j$	$\emptyset_i$
$x_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$x_j$	$\emptyset_j$	$x_i$	$x_j$	$\emptyset_i$

## 1.3. Transjazente Zählweise

$x_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$x_j$	$\emptyset_j$	$x_i$	$x_j$	$\emptyset_i$
$\emptyset_i$	$y_j$	$y_i$	$\emptyset_j$	$y_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$y_i$
	$\times$		$\times$		$\times$		
$\emptyset_i$	$y_j$	$y_i$	$\emptyset_j$	$y_j$	$\emptyset_i$	$\emptyset_j$	$y_i$
$x_i$	$\emptyset_j$	$\emptyset_i$	$x_j$	$\emptyset_j$	$x_i$	$x_j$	$\emptyset_i$

## 2. Die drei qualitativen Grundzählweisen

Sobald man die Anzahl von Peanozahlen für eine Menge erhöht, komplizieren sich die Relationen in den Zahlenfeldern natürlich. Bereits für eine 3-elementige Menge  $P = (x, y, z)$  muß zwischen Grundzählweisen und Vermittlungszählweisen unterschieden werden.

### 2.1. Adjazente Zählweise

$x$	$y$	$z$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$x$	$y$	$z$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$	$x$	$y$	$z$

## 2.2. Subjazente Zählweise

x	∅	∅	∅	x	∅	∅	∅	x
y	∅	∅	∅	y	∅	∅	∅	y
z	∅	∅	∅	z	∅	∅	∅	z

## 2.3. Transjazente Zählweise

x	∅	∅	∅	∅	x
∅	y	∅	∅	y	∅
∅	∅	z	z	∅	∅

## 3. Die drei Vermittlungszählweisen

### 3.1. Adjazente vermittelnde Zählweise

x	y	∅	x	y	∅
∅	∅	z	∅	∅	∅
∅	∅	∅	∅	∅	z

x	∅	y	x	∅	y
∅	∅	z	∅	∅	∅
∅	∅	∅	∅	∅	z

∅	∅	∅	∅	∅	∅
x	y	∅	x	∅	y
∅	∅	z	∅	∅	z

### 3.2. Subjazente vermittelnde Zählweise

x	∅	∅
y	∅	∅
∅	z	∅

x	∅	∅
y	∅	∅
∅	∅	z

x	∅	∅
∅	y	∅
∅	z	∅

x	∅	∅
∅	∅	y
∅	∅	z

### 3.3. Transjazente vermittelnde Zählweisen

x	∅	∅
∅	y	∅
z	∅	∅

∅	x	∅
∅	∅	y
z	∅	∅

∅	x	∅
∅	∅	y
∅	z	∅

∅	∅	x
∅	y	∅
∅	∅	z

∅	x	∅
y	∅	∅
∅	∅	z

∅	x	∅
y	∅	∅
∅	z	∅

Dazu kommen nun:

1. Alle Permutationen von  $P = (x, y, z)$ .
2. Alle horizontalen und vertikalen Reflexionen, d.h. die Menge der perspektivischen Relationen gemäß den in Kap. 1y für  $P = (x, y)$  dargestellten Quadrupeln.
3. Die deiktische Indizierung ("Kontexturierung") der Elemente von  $P = (x, y, z)$ .

## Literatur

d'Alembert, Jean le Rond, Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides. Paris 1752

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Wie qualitativ ist die Mathematik der Qualitäten?. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

22.7.2015